ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

УДК 530.145

БАСЕЯН ГАЙК ЗАВЕНОВИЧ

КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИИ ЯНГА-МИЛЛСА И ИХ СТОХАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА.

Специальность 01.04.02 – Теоретическая и математическая физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Ереван – 1983

Работа выполнена в Ереванском физическом институте

Научный руководитель: член-корр. АН Арм.ССР, доктор физико-математических наук, профессор С.Г.Матинян.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Р.М.Мурадян (ЕрФИ)
доктор физико-математических наук старший научный сотрудник В.Н.Первушин (ОИЯИ Дубна)

Ведущая организация: ИЯФ СО АН СССР

Защита состоится "16" декабря 1983 г. в ______ на заседании Специализированного совета Д034.03.0I по присуждению ученой степени доктора физико-математических наук при Ереванском физическом институте (375036, г.Ереван, ул.Маркаряна,2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕФИ.

Автореферат разослан "11" XI 1983 г.

Ученый секретарь Специализированного совета
кандидат физико-математических наук В.А.Шахбазян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

<u>Актуальность темы</u>. В последние годы интенсивно исследуются классические решения нелинейных полевых систем. В частности, особый интерес представляют классические решения уравнений полей Янга-Миллса. Это связано с неприменимостью теории возмущений на больших расстояниях. Для выделения нетеоретиковозмущенческих эффектов нужно было исследовать классические решения нелинейных полевых уравнений, которые могут играть существенную роль при описании структуры вакуума и спектра состояний теории. На этом пути стало ясным, что классические поля Янга-Миллса в четырехмерном евклидовом пространстве во многом похожи на двухмерные киральные модели, которые являются точноинтегрируемыми системами. Во-первых, в обеих теориях имеются соотношения дуальности и инстантонные решения. Во-вторых, обе являются асимптомически свободными теориями. Все это наводило на мысль, что уравнения Янга-Миллса также являются точноинтегрируемыми. Однако, несмотря на многочисленные попытки, вопрос о точной интегрируемости уравнений полей Янга-Миллса оставался открытым. Оказывается, что на этот вопрос можно ответить, изучая так называемые однородные поля Янга-Миллса. При этом уравнения сильно упрощаются и их изучение сводится к изучению механических систем. Интересно отметить, что изучение волновых решений уравнений Янга-Миллса также сводится к изучению однородных моделей. Однородные модели выделяют внутреннюю динамику взаимодействия цветовых степеней свободы в чистом виде. Посредством численных экспериментов на ЭВМ было выяснено,

что эта динамика стохастична, а значит, уравнения полей Янга-Миллса не являются точноинтегрируемыми. Стохастичность не снимается полностью даже после включения взаимодействия с фермионными полями.

Цель диссертации. Классификация и исследование волновых решений классических уравнений полей Янга-Миллса. Обсуждение возможности генерации массы из-за нелинейности. Исследование динамики однородных моделей с ненулевым моментом. Выяснение характера влияния внешних источников на стохастичную картину в однородных моделях. Исследование механизма возникновения стохастичности в однородных моделях.

Нахождение однопараметрического решения уравнений полей Янга-Миллса в евклидовой области, содержащее одновременно инстантонное и меронное решения. Исследование возможности стохастического нарушения локальной калибровочной симметрии посредством переопределения основного состояния.

Научная новизна. Найдено волновое решение уравнений полей Янга-Миллса в виде кноидальной волны. Показано, что такое решение теоремы вириала для простых однородных моделей. Доказан инфинитный характер движения соответствующей механической системы. Исследована динамика однородных моделей полей Янга-Миллса с ненулевым моментом. Предложен механизм возникновения стохастичности в однородных моделях. Исследовано влияние внешних источников на динамику однородных моделей. Обнаружен эффект стабилизации динамики однородных моделей при увеличении параметра. Найдено аналитическое однопараметрическое решение уравнений полей Янга-Миллса в 4-мерном евклидовом пространстве, непрерывно связывающее одномеронное решение с одноинстантонным. Предложен новый механизм нарушения локальной, калибровочной симметрии посредством переопределения основного состояния.

Апробация работы и публикации. Материалы работы докладывались и обсуждались на сессии ОЯФ АН СССР в 1982 году и на теоретических семинарах ЕрФИ, ЛИЯФ АН СССР.

Основные результаты диссертации изложены в шести публикациях.

Структура диссертации. Диссертация имеет общий объем 80 страниц машинописного текста. Состоит из введения, четырех глав и заключения. В ней имеется 13 рисунков и список литературы, включающей 82 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обсуждается актуальность темы, содержание последующих глав и результатов, изложенные в них.

В первой главе классифицируются и исследуются волновые решения классических уравнений полей Янга-Миллса. В отличие от электродинамики, здесь не требуется условие равенства модуля вектора Пойнтинга плотности энергии. Отказ от этого условия приводит к интересным эффектам, которые связаны с нелинейностью исходной теории. Первым из этих эффектов является возникновение массивных волн в безмассовой теории. Второе — это стохастическая внутренняя динамика (С.Г. Матинян, Г.К. Саввиди, Н.Г. Тер-Арутюнян), которая также является следствием нелинейности исходной теории.

После фиксации калибровым $A_0 = 0$, решение уравнений Янга-Миллса ищется в виде:

$$A_i^a(t) = O_i^a f^{(i)}(t) \qquad (1)$$

где O_i^a -ортогональные матрицы $O_i^a O_i^b = \delta^{ab}$ по индексу (i) суммирования нет. Подставляя анзац (1) в уравнениях Янга-Миллса, для функций $f_i(t)$ получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_1 + f_1(f_2^2+f_3^2) &= 0 \\ \ddot{f}_2 + f_2(f_1^2+f_3^2) &= 0 \\ \ddot{f}_3 + f_3(f_1^2+f_2^2) &= 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

Эти уравнения соответствуют механической задаче с гамильтонианом:

$$H = \frac{1}{2}\left(P_1^2+P_2^2+P_3^2\right) + \frac{1}{2}\left(f_1^2 f_2^2 + f_2^2 f_3^2 + f_3^2 f_1^2\right) \qquad (3)$$

Найдено аналитическое решение в случае $f_1 = f_2 = f_3$ (бесцветная волна):

$$f(t) = \left(\frac{2g^2}{3}\right)^{1/4} m \, cn\left[\left(\frac{8g^2}{3}\right)^{1/4} m(t+t_0);\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \qquad (4)$$

Подставляя (1) и (4) в выражение для плотности энергии T_{00} получаем $T_{00} = m^4$, что характерно для массивной плоской волны в сопутствующей системе координат.

Посредством численного эксперимента на ЭВМ исследовался частный случай системы $f_3 = 0$.

Для выяснения вопроса финитности движения этой системы на ЭВМ нами было проверено выполнение теоремы вириала, согласно которой $\langle T\rangle = 2\langle V\rangle$.С хорошей точностью было установлено, что теорема вириала не выполняется. Это означает, что движение данной системы инфинитно.Был получен предел:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\langle T\rangle}{\langle V\rangle} = 1$$

который характерен для линейного осциллятора.

Во второй главе исследуются однородные модели полей Янга-Миллса с ненулевым моментом.После разрешения уравнения связи и удобной параметризации задача сводится к изучению механической системы с лагранжианом:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\dot{r}^2+\dot{R}^2\right) - \frac{\mu^2}{32}\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{R^2}\right) - \frac{1}{4}\left(r^2-R^2\right)^2$$

Параметр μ^2 исчезает после масштабных преобразований

$$r \to \left(\tfrac{\mu}{4}\right)^{1/3} r\ ;\ R \to \left(\tfrac{\mu}{4}\right)^{1/3} R\ ;\ t \to \left(\tfrac{\mu}{4}\right)^{-1/3} t$$

На ЭВМ исследовались уравнения движений:

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{1}{r^3} - r(r^2-R^2) \\ \ddot{R} &= \frac{1}{R^3} + R(r^2-R^2) \end{aligned} \qquad (5)$$

с интегралом энергии:

$$E = \left(\tfrac{\mu}{4}\right)^{4/3}\left\{\frac{1}{2}\left(\dot{r}^2+\dot{R}^2\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{R^2}\right) + \frac{1}{4}\left(r^2-R^2\right)^2\right\}$$

Для исследования системы (5) удобно перейти к новым переменным $x = r-R$; $y = r+R$.Оказывается, в ассимптотической области $y >> x$ после усреднения по быстроосциллирующей координате x движение по y можно описать в усредненном потенциале:

$$V_{эфф} = \frac{8}{y^2} + \frac{\alpha y}{2}$$

Возникает эффективный потенциал,который приводит к образованию области устойчивого движения аналогично эффекту Капицы для маятника.Существенно, что α не является универсальной постоянной для всех траекторий, а определяется начальными условиями. Стохастические неустойчивости возникают в области $x \sim y$, где происходит случайное переопределение параметра

α . Отметим, что с увеличением энергии Е область допустимого движения пересекается с "корневой" областью (где $x \sim y$) и движение системы становится стохастичным. Критическое значение энергии, найденное с помощью ЭВМ, равно $E_{кр} = 1{,}2$. На портретах Пуанкаре продемонстрированы изменения характера движения системы при различных значениях энергии Е.

<u>В третьей главе</u> исследуются однородные модели полей Янга-Миллса с внешними токами. После упрощения уравнений движения и интегрирования уравнений связейй получается механическая система с двумя степенями свободы, которую можно анализировать на ЭВМ. После масштабных преобразований:

$$r \to \left(\frac{\mu+\rho}{4}\right)^{1/3} r \; ; \; \ell \to \left(\frac{\mu+\rho}{4}\right)^{1/3} \ell \; ; \; t \to \left(\frac{\mu+\rho}{4}\right)^{-1/3} t$$

лагранжиан этой системы принимает вид:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\ell}^2\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{\ell^2}\right) - \frac{1}{4}\left(r^2 - \ell^2\right)^2$$

где $\lambda = \left(\frac{\mu-\rho}{\mu+\rho}\right)$

Случай $\rho = 0; \lambda = 1$ соответствует однородным моделям без внешних источников. Видно, что включение внешних источников приводит к возникновению асимметрии между переменными r и ℓ . Проведен качественный анализ полученной системы. Выясняются области стохастического и регулярного движения. Получена аналитическая форма для эффективного потенциала, возникающего в асимптотической области. Даны оценки для нахождения критических значений λ при заданной энергии Е. Обсуждаются результаты численного анализа, которые с хорошей точностью подтверждают качественные результаты. Продемонстрировано исчезновение стохастичности для нескольких значений энергии при

увеличении параметра λ . В конце главы обсуждается вопрос интегрируемости классических уравнений полей Янга-Миллса.

<u>В четвертой главе</u> рассмотрены вакуумные решения уравнений полей Янга-Миллса в евклидовом пространстве и обсуждается возможность нарушения локальной калибровочной симметрии посредством стохастических вакуумных полей.

Для уравнений полей Янга-Миллса в четырехмерном евклидовом пространстве получен однопараметрический класс решений

$$\hat{A}_\mu = \frac{1}{2g}\left\{1 + \left(\frac{2k^2}{1+k^2}\right)^{1/2} sn\left[\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2} \ln\left(\xi/\xi_0\right); k\right]\right. g^{-1}(x)\, \partial_\mu g(x)$$

где $g(x)$ элемент группы $SU(2)$, $0 \leq k \leq 1$. при к =0 это решение совпадает с одновременным решением. При к=I оно превращается в одноинстантонное решение. Возможность непрерывного продолжения от одномеронного решения к одноинстантонному, у которых разные топологические заряды, связана с нарушением граничных условий.

$$\hat{A}_\mu \to S^{-1}(x)\, \partial_\mu S(x) \quad \text{при } |x| \to \infty$$

Во втором параграфе исследуется стохастический механизм нарушения симметрии. Делается предположение о существовании в вакууме стохастических полей, которые являются решениями классических уравнений полей Янга-Миллса. Это предположение об основном состоянии приводит к тому, что возбуждения над таким вакуумом приобретают массу за счет взаимодействия с вакуумным фоном. Уравнения, описывающие возбуждения над вакуумом, при этом совпадают с уравнениями массивной теории Янга-Миллса. Таким образом, массивные поля Янга-Миллса можно интепретировать как макроскопическое проявление микроскопическо перенормируемой безмассовой теории. Такое предположение основного состояния полностью нарушает локальную калибровочную симметрию.

В заключении приведены основные результаты работы.

Основные результаты работы.

1. Классифицированы и исследованы волновые решения классических уравнений полей Янга-Миллса. Найдено периодическое решение в виде кноидальной волны. Обнаружен эффект возникновения массы из-за самодействия полей Янга-Миллса.
2. Исследованы однородные модели с ненулевым моментом. Показано, что включение членов, обусловленных ненулевым моментом, приводит к разбиению фазового пространства на регулярный и стохастический секторы. Предлагается механизм возникновения стохастичности.
3. Введение внешних фермионных полей существенно меняет ситуацию. Соответствующая однородная модель с ненулевым моментом оказывается асимметричной. Показано, что после масштабных преобразований однородные модели описываются двумя параметрами: E – плотностью энергии и λ . Показано, что при заданном E с увеличением λ можно добиться устойчивого движения в однородных моделях. На ЭВМ исследованы асимметричные однородные модели при различных значениях E и λ . Механизм возникновения стохастичности, найденный при $\lambda = 1$, остается в силе при произвольном значении λ . Поэтому можно сделать утверждение о том, что классические уравнения полей Янга-Миллса

является хаотической. Включение взаимодействия с фермионными полями не может полностью снять стохастичность.
4. Найдено аналитическое решение уравнений, непрерывно связывающее одноинстантонное решение с одномеронным, у которых разные топологические заряды. Выяснена причина такого явления. Это связано с нарушением граничных условий на бесконечности.
5. Предлагается новый стохастический механизм нарушения локальной калибровочной симметрии. Получено, что массивные поля Янга-Миллса можно интерпретировать как макроскопическое проявление микроскопической безмассовой перенормируемой теории.

Основные результаты работы опубликованы
в следующих статьях:

1. Г.З.Басеян, С.Г.Матинян, Г.К.Саввиди.
   Нелинейные плоские волны в безмассовой теории Янга-Миллса.
   Письма в ЖЭТФ,том 29 вып. I0, ст. 64I-644.
2. Г.З.Басеян, С.Г.Матинян.
   Решения классических уравнений Янга-Миллса, содержащие
   инстантоны и мероны. Письма в ЖЭТФ, том 3I, ст. 76-77.
3. А.Р.Авакян, С.Г.Арутюнян, Г.З.Басеян.
   Механизм стохастичности пространственно однородных полей
   Янга-Миллса.Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. I0, ст.372-374.
4. **H.Z. Baseyan To the questions on Yang-Mills classical mechanics stochasticity Preprint EPI-573(60)-82.**
5. **S.G.Arutunyan, H.R.Avakyan, H.Z.Baseyan Homogenous models of Yang-Mills Classical fields with external sources. Preprint EPI-641(31)83.**
6. **H.Z.Baseyan Stochastic mechanism of symmetry breaking. Preprint EPI-642-(32)-83**

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 338 **ВФ- 06080** **Тираж I70**

Формат издания 60x84/I6

Подписано к печати 27.I0.80г.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2